

МЕЛІТОПОЛЬСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ БОГДАНА ХМЕЛЬНИЦЬКОГО

ФАКУЛЬТЕТ ІНФОРМАТИКИ, МАТЕМАТИКИ ТА ЕКОНОМІКИ

Кафедра математики і фізики

Назва освітнього компонента <i>Нормативний/вибірковий</i>	ПП-07 Дискретна математика <i>Нормативний</i>
Ступінь освіти	Бакалавр
Освітня програма	Професійна освіта. Комп'ютерні технології
Рік викладання / Семестр / Курс (рік навчання)	2019 – 2020 / II семестр / I курс
Викладач	Спірінцев Дмитро Васильович
Профайл викладача	<a href="https://fim.mdpu.org.ua/fakultet-informatiki-matematiki-ta/kafedra-matematiki-i-fiziki/sklad-kafedri-matematiki-i-fiziki/spirintsev-dmitro-vasilovich/">https://fim.mdpu.org.ua/fakultet-informatiki-matematiki-ta/kafedra-matematiki-i-fiziki/sklad-kafedri-matematiki-i-fiziki/spirintsev-dmitro-vasilovich/</a>
Контактний тел.	+380974932088
E-mail	<a href="mailto:spirintsev@gmail.com">spirintsev@gmail.com</a>
Сторінка курсу в ЦОДТ МДПУ ім. Б.Хмельницького	<a href="https://dfn.mdpu.org.ua/course/view.php?id=320">https://dfn.mdpu.org.ua/course/view.php?id=320</a>
Консультації	<i>Очні консультації:</i> згідно графіку роботи математики і фізики. <i>Онлайн-консультації:</i> через систему ЦОДТ МДПУ ім. Б. Хмельницького.

## 1. АНОТАЦІЯ

Математика є теоретичним фундаментом комп'ютерних технологій, тому їй приділяється велика увага при підготовці фахівців у цій галузі. *Дискретна математика* займає тут центральне місце, оскільки саме з неї виростають три гілки програмної інженерії – алгоритми, програми, структури даних. Добре закладений математичний фундамент освіти дає можливість в подальшому навчити його методам оцінки складності алгоритмів, підбору оптимальної структури даних і створенню ефективного та прозорого коду програми.

Перший розділ присвячений теорії множин. При вивченні цього матеріалу слід пам'ятати, що зображення множин за допомогою діаграм Ейлера-Вена є просто ілюстраціями, які можуть бути джерелом гіпотез та ідей, а не математичними доведеннями. Особливу увагу приділено декартовим добуткам множин та їх відображенням. Адже такі важливі поняття як  $n$ -арна операція, визначена на множині, або поняття автомата, як математичної моделі механічного обчислювального пристрою, зручно формулювати саме в термінах декартових добутків множин. Поняття про потужність множин, як узагальнення поняття кількості елементів скінченної множини, є дуже важливим і для інформатиків. Адже

множина кодів програм, які пишуться в скінченному алфавіті, є зліченною, а множина всіх нескінченних двійкових послідовностей має більшу потужність континуум. Це означає, що для "більшості" послідовностей не існує програм, які б їх генерували. Взагалі, для інформатиків більш природною моделлю континуума є саме множина всіх нескінченних двійкових послідовностей, ніж множина дійсних чисел. Відношення, записи, поля є основними поняттями в базах даних та базах знань. При цьому відповідні характеристичні предикати є просто запитами, чи належить даний запис даному відношенню. Операції над відношеннями розглядаються в першому розділі. Особливу увагу приділено спеціальним типам відношень – відношенню еквівалентності та відношенню часткового порядку. Щодо останнього, то з цим відношенням програмісти мають справу постійно, адже початкові дані для роботи програми та й ті дані, що поступають по ходу її роботи, потрібно весь час впорядковувати в структури так, щоб ці дані можна було швидко знаходити і використовувати для подальшої роботи.

Жоден курс дискретної математики не обходиться без комбінаторики. Її можна розглядати як науку про підрахування кількостей елементів в скінченних множинах, що описані якимось, часом дуже складним способом. Присутність в цьому розділі класичної ймовірності є природною, оскільки розв'язання відповідних задач все одно зводиться до комбінаторики, крім того, елементи саме такої теорії ймовірності входять зараз в шкільні програми.

Найважливішим вмінням, яким повинен володіти фахівець з комп'ютерних наук, є вміння логічно мислити, яке, з одного боку, дається від природи, а з іншого потребує вдосконалення і шліфування. При опрацюванні цього розділу слід особливу увагу звертати на відокремленні синтаксису від семантики – правил написання логічних формул від їх інтерпретацій. Після викладення найпростішої моделі логічних міркувань – числення висловлювань, розглядається числення висловлювальних форм, що мають інтерпретуватися, як предикати. Цей перехід еквівалентний переходу від арифметики до алгебри в шкільному курсі математики, коли після роботи з конкретними числами, з'являються змінні  $x$ ;  $y$ ;  $z$ ;  $;$   $;$   $;$ , яким можна надавати довільних значень з деякої множини – області інтерпретації.

Роль графів в комп'ютерних науках важко переоцінити. Файлові структури на носіях пам'яті комп'ютерів, коди комп'ютерних програм, гіпертексти, інформаційні системи та бази даних, всім їм відповідають певні графи. Робота з цими структурами зводиться до побудови ефективних алгоритмів пошуку на графах або встановлення їх ізоморфізму. В цей розділ включено тільки початкові відомості про графи – ейлерові та гамільтонові графи, дерева, планарні графи, деякі задачі розфарбування графів.

## **2. МЕТА ТА ЗАВДАННЯ ОСВІТНЬОГО КОМПОНЕНТА**

Метою викладання навчальної дисципліни «Дискретна математика» є ознайомити студентів з теоретичними основами дискретної математики, з її основними поняттями та методами; підвищити математичну та алгоритмічну культуру студентів; вказати шляхи використання методів дискретної математики на практиці; сформулювати уявлення про значення та область використання дискретної математики в сучасній математичній освіті; виробити навички розв'язання основних задач дискретної математики, вміння використовувати методи дискретної математики для побудови математичних моделей, постановки і розв'язання задач прикладної математики..

### 3. ПЕРЕЛІК КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ, ЯКІ НАБУВАЮТЬСЯ ПІД ЧАС ОПАНУВАННЯ ОСВІТНІМ КОМПОНЕНТОМ

**Загальні компетентності:**

**ЗК1.** Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу

**Фахові компетентності (ФК)**

**ФК 1.** Здатність використовувати у професійній діяльності основні положення, методи, принципи фундаментальних та прикладних наук.

**ФК 15.** Здатність до математичного та логічного мислення, формулювання та досліджування математичних моделей, зокрема дискретних, обґрунтованого вибору методів розв'язування теоретичних і прикладних задач в галузі комп'ютерних технологій.

**ФК 24.** Здатність використовувати базові знання з фізики та математики при вивченні та дослідженні принципів функціонування апаратного та програмного забезпечення інформаційних систем, працювати із науковим обладнанням та вимірювальними приладами, обробляти та аналізувати результати досліджень..

### 4. РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

**ПРН 1.** Знання основних форм і законів абстрактно-логічного мислення, основ логіки, норм критичного підходу, основ методології наукового пізнання, форм і методів аналізу та синтезу.

**ПРН 17.** Знання фундаментальних основ функціонування інформаційних систем та комп'ютерної техніки.

**ПРН 19.** Уміння ефективно використовувати математичний апарат у професійній діяльності для розв'язання задач теоретичного та прикладного характеру у процесі аналізу, синтезу та проектування інформаційних систем за галузями.

**ПРН 32.** Уміння використовувати сучасну комп'ютерну техніку, пакети прикладних програм і програмувати на рівні, достатньому для розв'язування фізичних та математичних задач, комп'ютерного моделювання явищ і процесів, виконання обчислювальних експериментів.

**ПРН 33.** Знати і розуміти роль і місце фізико-математичних та комп'ютерних наук у загальній системі знань про природу та суспільство, у розвитку техніки й технологій та у формуванні світогляду особистості.

### 5. ОБСЯГ ОСВІТНЬОГО КОМПОНЕНТА

Вид заняття	лекції	практичні заняття	самостійна робота
Кількість годин	42	42	96

### 6. ПОЛІТИКА

При вивченні даної дисципліни розглядається систематичне викладення методів та засобів дискретної математики як інструментарію при обробці інформації в комп'ютерах. Висвітлюються основні математичні властивості тієї чи іншої теорії разом з фактами, необхідними для розв'язання задач. Матеріал подається на основі аксіоматичного методу.

Політика академічної поведінки та етики:

- Не пропускати та не запізнюватися на заняття за розкладом;

- Вчасно виконувати завдання семінарів та питань самостійної роботи;
- Вчасно та самостійно виконувати контрольні-модульні завдання
- Дотримуватись Кодексу академічної доброчесності, прийнятого у МДПУ імені Богдана Хмельницького та Положення про академічну доброчесність.

## 7. СТРУКТУРА ОСВІТНЬОГО КОМПОНЕНТА

### 7.1. СТРУКТУРА ОСВІТНЬОГО КОМПОНЕНТА (ЗАГАЛЬНА)

Кількість годин	Тема, план, короткі тези	Форма діяльності (заняття, кількість годин)	Матеріали	Література Ресурси в інтернеті	Завдання	Вага оцінки	Термін виконання
<b>БЛОК 1.</b>							
4	Лекція. ОСНОВИ ТЕОРІЇ МНОЖИН. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ І ПОЗНАЧЕННЯ ТЕОРІЇ МНОЖИН 1.1 Інтуїтивне поняття множини 1.2 Елементи множини 1.3 Кінцеві, нескінченні, лічильні множини 1.4 Порожня та універсальна множини 1.5 Потужність множини 1.6 Способи завдання множин 1.7 Нескінченність і підмножина ПР МНОЖИНИ	Лекція 2 год. Практика 2 год	Презентація, відеоматеріали	[1], 46-57, 81-90 [2], 12-26	Опрацювання лекційного матеріалу Підготовка до практичного заняття	5	перший періодичний контроль
11	Лекція. АЛГЕБРА МНОЖИН 2.1 Геометрична інтерпретація множин. Кола Ейлера та діаграми Венна 2.2 Операції на множинах 2.3 Загальне визначення алгебри 2.4 Поняття алгебри множин. Аксіоми алгебри множин 2.5 Принцип двоїстості 2.6 Тотожні перетворення формул алгебри множин 2.7 Контрольні питання та завдання ПР АЛГЕБРА МНОЖИН	Лекція 2 год. Практика 4 год с/р 7 год	Презентація, відеоматеріали	[1], 46-57 [2], 27-31	Опрацювання лекційного матеріалу Підготовка до практичного заняття Виконати завдання для самостійної роботи	5	перший періодичний контроль
11	Лекція. ВІДНОШЕННЯ ТА ЇХ ВЛАСТИВОСТІ. ВІДНОШЕННЯ ТА ОПЕРАЦІЇ НАД НИМИ	Лекція 2 год. Практика 2 год	Презентація, відеоматеріал	[1], 92-106 [3], 15-37	Опрацювання лекційного матеріалу	5	перший періодичний контроль

	3.1 Декартовий добуток множин 3.2 Поняття відношень. Бінарні та n-арні відношення 3.3 Область визначення та область значень відношень 3.4 Способи завдання відношень 3.5 Операції над відношеннями ПР ВІДНОШЕННЯ ТА ОПЕРАЦІЇ НАД НИМИ	с/р 7 год	и		Підготовка до практичного заняття Виконати завдання для самостійної роботи		
2	Лекція. ВЛАСТИВОСТІ БІНАРНИХ ВІДНОШЕНЬ 4.1 Основні властивості бінарних відношень 4.2 Класи бінарних відношень	Лекція 2 год.	Презентація, відеоматеріали	[5], 42-53	Опрацювання лекційного матеріалу		перший періодичний контроль
11	Лекція. ФУНКЦІОНАЛЬНІ ВІДНОСИНИ. ЕЛЕМЕНТИ РЕЛЯЦІЙНОЇ АЛГЕБРИ 5.1 Функціональні відношення 5.2 Елементи реляційної алгебри ПР. ФУНКЦІОНАЛЬНІ ВІДНОШЕННЯ	Лекція 2 год. Практика 2 год. с/р 7 год.	Презентація, відеоматеріали	[5], 54-72 [8], 26-35	Опрацювання лекційного матеріалу Підготовка до практичного заняття Виконати завдання для самостійної роботи	5	перший періодичний контроль
11	Лекція. ЗАГАЛЬНІ ВИЗНАЧЕННЯ КОМБІНАТОРИКИ. ОСНОВНІ ПРАВИЛА КОМБІНАТОРИКИ. МОДЕЛІ ТИПОВИХ КОМБІНАТОРНИХ КОНФІГУРАЦІЙ 6.1 Загальні визначення комбінаторики. Поняття $g$ – вибірки. Загальні завдання комбінаторики 6.2 Основні правила комбінаторики 6.3 Моделі комбінаторних змін ПР ОСНОВНІ ПРАВИЛА КОМБІНАТОРИКИ. МОДЕЛІ КОМБІНАТОРНИХ КОНФІГУРАЦІЙ	Лекція 2 год. Практика 2 год с/р 7 год	Презентація, відеоматеріали	[1], 60-74 [4], 19-37	Опрацювання лекційного матеріалу Підготовка до практичного заняття Виконати завдання для самостійної роботи	5	перший періодичний контроль
6	Лекція. ПРИНЦИП ВКЛЮЧЕННЯ I	Лекція 2 год.	Презентація,	[2], 124-	Опрацювання	5	перший періодичн

	<b>ВИКЛЮЧЕННЯ</b> 7.1 Теорема та формула включень та виключень 7.2 Решето Ератосфена 7.3 Частковий випадок теореми про включення та виключення <b>ПР КОМБІНАТОРНІ РІВНЯННЯ. БІНОМ НЬЮТОНА</b>	Практика 4 год	відеоматеріали	152 [4], 64-78 [5], 426-437	лекційного матеріалу Підготовка до практичного заняття		ий контроль
9	Лекція. ЗАДАЧІ ПРО РОЗПОДІЛ ПРЕДМЕТІВ ПО УРНАМ (УРНОВІ СХЕМИ РІШЕННЯ КОМБІНАТОРНИХ ЗАВДАНЬ) 8.1 Завдання про розміщення предметів 8.3 Розподіл n однакових предметів по k урнам 8.4 Розподіл різних предметів без урахування порядку предметів за скриньками 8.5 Розподіл різних предметів з урахуванням їхнього порядку в урнах 8.6 Розподіл різних предметів між однаковими скриньками за умови, що скриньки не порожні 8.7 Композиції 8.8 Комбінаторика розбиття	Лекція 2 год. с/р 7 год	Презентація, відеоматеріали	[3], 42-64	Опрацювання лекційного матеріалу Виконати завдання для самостійної роботи		перший періодичний контроль
<b>БЛОК 2.</b>							
11	Лекція. ДВОЗНАЧНА ЛОГІКА. БУЛЬОВА ФУНКЦІЯ. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ 1. Двозначна логіка 2. Булеві змінні та функції 3. Область визначення та область значень булевої функції 4. Способи завдання булевих функцій 5. Реалізація булевих функцій формулами 6. Принцип підвійності Закони та тотожності булевої алгебри <b>ПР БУЛЕВІ ФУНКЦІЇ ТА ПЕРЕТВОРЕННЯ</b>	Лекція 2 год. Практика 2 год с/р 7 год	Презентація, відеоматеріали	[2], 50-74 [5], 99-129	Опрацювання лекційного матеріалу Підготовка до практичного заняття Виконати завдання для самостійної роботи	5	другий періодичний контроль

11	<p>Лекція. НОРМАЛЬНІ ФОРМИ БУЛЬОВИХ ФУНКЦІЙ</p> <p>1. Нормальні форми булевих функцій, основні поняття</p> <p>2. Теореми для розкладання булевої функції по змінним</p> <p>3. Перехід від табличного представлення функції до алгебраїчного представлення функції</p> <p>Правила перетворення довільної формули алгебри логіки у нормальну форму з використанням законів булевої алгебри</p> <p>ПР НОРМАЛЬНІ ФОРМИ ЗОБРАЖЕННЯ БУЛЕВИХ ФУНКЦІЙ</p>	<p>Лекція 2 год.</p> <p>Практика 2 год с/р 7 год</p>	<p>Презентація, відеоматеріали</p>	<p>[2], 75-92 [5], 130-137 [8], 54-58</p>	<p>Опрацювання лекційного матеріалу</p> <p>Підготовка до практичного заняття</p> <p>Виконати завдання для самостійної роботи</p>	5	другий періодичний контроль
4	<p>Лекція. МІНІМІЗАЦІЯ БУЛЕВИХ ФУНКЦІЙ</p> <p>1. Основні поняття мінімізації булевих функцій. Критерії мінімізації.</p> <p>2. Основні методи мінімізації булевих функцій. Метод мінімізуючи карт (діаграми Карно-Вейча)</p> <p>ПР МІНІМІЗАЦІЯ БУЛЕВИХ ФУНКЦІЙ</p>	<p>Лекція 2 год.</p> <p>Практика 2 год</p>	<p>Презентація, відеоматеріали</p>	<p>[2], 93-117 [5], 155-176</p>	<p>Опрацювання лекційного матеріалу</p> <p>Підготовка до практичного заняття</p>	5	другий періодичний контроль
11	<p>Лекція. АЛГЕБРА ЖЕГАЛКИНА І ЛІНІЙНІ ФУНКЦІЇ.</p> <p>ФУНКЦІОНАЛЬНА ПОВНОТА НАБОРІВ БУЛЕВИХ ФУНКЦІЙ</p> <p>1. Алгебра Жегалкіна і лінійні функції</p> <p>2. Функціональна повнота булевих функцій</p> <p>ПР АЛГЕБРА ЖЕГАЛКІНА. ЛІНІЙНІ ФУНКЦІЇ</p>	<p>Лекція 2 год.</p> <p>Практика 2 год с/р 7</p>	<p>Презентація, відеоматеріали</p>	<p>[5], 138-146 [8], 58-59</p>	<p>Опрацювання лекційного матеріалу</p> <p>Підготовка до практичного заняття</p> <p>Виконати завдання для самостійної роботи</p>	5	другий періодичний контроль
4	<p>Лекція. ЛОГІКА ВИСЛОВЛЮВАНЬ.</p> <p>АЛГЕБРА ВИСЛОВЛЮВАНЬ</p> <p>1. Висловлювання (основні поняття)</p> <p>2. Алгебра логіки і логіка висловлювань</p> <p>3. Інтерпретація формул логіки висловлювань.</p>	<p>Лекція 2 год.</p> <p>Практика 2 год</p>	<p>Презентація, відеоматеріали</p>	<p>[1], 7-29 [5], 183-200</p>	<p>Опрацювання лекційного матеріалу</p> <p>Підготовка до практичного заняття</p>	5	другий періодичний контроль

	Правильні міркування 4. 4. Логічна еквівалентність і логічний наслідок 5. ПР ФУНКЦІОНАЛЬНА ПОВНОТА НАБОРІВ БУЛЕВИХ ФУНКЦІЙ						
4	Лекція. ОБЧИСЛЕННЯ ВИСЛОВЛЮВАНЬ 1. Основні поняття обчислення висловлювань 2. Аксиоми і повнота обчислення логіки висловлювань 3. Виводимість в обчисленні висловлювань 4. Несуперечність, незалежність 5. Різні аксіоматизації числення висловлювань 6. Деякі прийоми доказів в обчисленні висловлювань ПР ЛОГІКА ТА ОБЧИСЛЕННЯ ВИСЛОВЛЕНЬ	Лекція 2 год. Практика 2 год	Презентація, відеоматеріали	[5], 201-206	Опрацювання лекційного матеріалу Підготовка до практичного заняття	5	другий періодичний контроль
12	Лекція. ЛОГІКА ПРЕДИКАТІВ. ПРЕДИКАТ. АЛГЕБРА ПРЕДИКАТІВ 1. Основні поняття логіки предикатів 2. Операції логіки предикатів. Кванторні операції 3. Формули і їх інтерпретація в логіці предикатів 4. Закони та тотожності логіки предикатів 5. Виводимість в логіці предикатів ПР ЛОГІКА ТА ОБЧИСЛЕННЯ ПРЕДИКАТІВ	Лекція 2 год. Практика 2 год с/р 10 год	Презентація, відеоматеріали	[5], 207-229	Опрацювання лекційного матеріалу Підготовка до практичного заняття Виконати завдання для самостійної роботи	5	другий періодичний контроль
6	Лекція. ПОХОДЖЕННЯ ГРАФІВ. ВИЗНАЧЕННЯ ГРАФІВ 1 Різновиди графів. Неорієнтований граф. Визначення 2 Орієнтований граф.	Лекція 2 год. Практика 2 год	Презентація, відеоматеріали	[3], 224-230 [7], 269-298 [8], 65-	Опрацювання лекційного матеріалу Підготовка до практичного	5	другий періодичний контроль



	Визначення 3 Основні терміни для орієнтованих та неорієнтованих графів 4 Способи завдання графів ПР СПОСОБИ ЗАДАННЯ ГРАФІВ. ОПЕРАЦІЇ НАД ГРАФАМИ			73	заняття		
14	Лекція. ОПЕРАЦІЇ НАД ГРАФАМИ. ІЗОМОРФІЗМ ГРАФІВ. ПЛОСКІ І ПЛАНАРНІ ГРАФИ 1 Операції над графами 2 Гомеоморфні графи 3 Плоскі та планарні графи ПР СПОСОБИ ЗАДАННЯ ГРАФІВ. ОПЕРАЦІЇ НАД ГРАФАМИ	Лекція 2 год. Практика 2 год с/р 10 год	Презентація, відеоматеріали	[1], 111-118 [3], 230-235 [8], 73-80	Опрацювання лекційного матеріалу Підготовка до практичного заняття Виконати завдання для самостійної роботи	5	другий періодичний контроль
4	Лекція. ЗВ'ЯЗНІСТЬ ГРАФІВ. ЕЙЛЕРОВІ І ГАМІЛЬТОНОВІ ГРАФИ 1 Зв'язність графів, компонента зв'язності. n-зв'язковий граф 2 Властивості зв'язкових графів 3 Компоненти сильного зв'язку орієнтованого графа 4 Алгоритм виділення компонентів сильної зв'язності 5 Метричні характеристики зв'язкових графів 6 Ейлерові графи 7 Алгоритм знаходження ейлерового циклу (алгоритм Флері) 8 Гамільтонові графи 9 Алгоритм Робертса-Флореса (метод перебору Робертса-Флореса) знаходження гамільтонових циклів у графі 10 Ознаки існування гамільтонових циклів, шляхів та контурів ПР ЗВ'ЯЗНІСТЬ ГРАФІВ. ЕЙЛЕРОВІ ТА ГАМІЛЬТОНОВІ ГРАФИ	Лекція 2 год. Практика 2 год	Презентація, відеоматеріали	[1], 119-122 [3], 236-247	Опрацювання лекційного матеріалу Підготовка до практичного заняття	5	другий періодичний контроль

14	Лекція. ДЕРЕВА 1 Визначення та властивості дерев 2 Властивості дерев 3 Перерахування графів 4 Перелік дерев 5 Остові графа 6 Алгоритми побудови кістяків графа 7 Орієнтовані та бінарні дерева. Визначення 8 Правила проходження бінарних дерев 9 Еквівалентні бінарні дерева ПР ДЕРЕВА. АЛГОРИТМИ ПОБУДОВИ ОСТОВНОГО ДЕРЕВА	Лекція 2 год. Практика 2 год с/р 10 год	Презентація, відеоматеріали	[1], 123-125 [3], 269-276 [7], 319-334	Опрацювання лекційного матеріалу Підготовка до практичного заняття Виконати завдання для самостійної роботи	5	другий періодичний контроль
4	Лекція. ЦИКЛОМАТИКА ГРАФІВ. РОЗКРАСКА ГРАФІВ 1 Цикломатика графів 2 Розмальовка графів ПР ВІДШУКАННЯ НАЙКОРОТШИХ ВІДСТАНЕЙ МІЖ ВЕРШИНАМИ ГРАФА (МЕРЕЖІ)	Лекція 2 год. с/р 2 год	Презентація, відеоматеріали	[1], 125-129 [3], 259-264 [8], 81-90	Опрацювання лекційного матеріалу Виконати завдання для самостійної роботи	5	другий періодичний контроль
16	Лекція. ТРАНСПОРТНІ МЕРЕЖІ І ПОТОКИ. ЇХНІ ВЛАСТИВОСТІ 1 Найкоротші відстані та шляхи у графах 2 Алгоритм Дейкстри пошуку найкоротших шляхів 3 Алгоритми пошуку найкоротших шляхів між усіма парами вершин графа 4 Транспортні мережі та потоки ПР ЗАДАЧІ ПРО МАКСИМАЛЬНУ ТЕЧЮ І МІНІМАЛЬНИЙ РОЗРІЗ У МЕРЕЖІ	Лекція 2 год. Практика 4 год с/р 10 год	Презентація, відеоматеріали	[5], 292-337 [8], 91-100	Опрацювання лекційного матеріалу Підготовка до практичного заняття Виконати завдання для самостійної роботи	5	другий періодичний контроль

## 7.2. СТРУКТУРА ОСВІТНЬОГО КОМПОНЕНТА (ЛЕКЦІЙНИЙ БЛОК)

Тема лекції	Зміст лекції
ОСНОВИ ТЕОРІЇ МНОЖИН. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ І ПОЗНАЧЕННЯ ТЕОРІЇ МНОЖИН	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Інтуїтивне поняття множини</li> <li>– Елементи множини</li> <li>– Кінцеві, нескінченні, лічильні множини</li> <li>– Порожня та універсальна множини</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Потужність множини</li> <li>– Способи завдання множин</li> <li>– Нескінченість і підмножина</li> </ul>
АЛГЕБРА МНОЖИН	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Геометрична інтерпретація множин. Кола Ейлера та діаграми Венна</li> <li>– Операції на множинах</li> <li>– Загальне визначення алгебри</li> <li>– Поняття алгебри множин. Аксиоми алгебри множин</li> <li>– Принцип двоїстості</li> <li>– Тотожні перетворення формул алгебри множин</li> <li>– Контрольні питання та завдання</li> </ul>
ВІДНОШЕННЯ ТА ЇХ ВЛАСТИВОСТІ. ВІДНОШЕННЯ ТА ОПЕРАЦІЇ НАД НИМИ	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Декартовий добуток множин</li> <li>– Поняття відношень. Бінарні та n-арні відношення</li> <li>– Область визначення та область значень відношень</li> <li>– Способи завдання відношень</li> <li>– Операції над відношеннями</li> </ul>
ВЛАСТИВОСТІ БІНАРНИХ ВІДНОШЕНЬ	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Основні властивості бінарних відношень</li> <li>– Класи бінарних відношень</li> </ul>
ФУНКЦІОНАЛЬНІ ВІДНОСИНИ. ЕЛЕМЕНТИ РЕЛЯЦІЙНОЇ АЛГЕБРИ	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Функціональні відношення</li> <li>– Елементи реляційної алгебри</li> </ul>
ЗАГАЛЬНІ ВИЗНАЧЕННЯ КОМБІНАТОРИКИ. ОСНОВНІ ПРАВИЛА КОМБІНАТОРИКИ. МОДЕЛІ ТИПОВИХ КОМБІНАТОРНИХ КОНФІГУРАЦІЙ	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Загальні визначення комбінаторики. Поняття <math>g</math> – вибірки. Загальні завдання комбінаторики</li> <li>– Основні правила комбінаторики</li> <li>– Моделі комбінаторних змін</li> </ul>
ПРИНЦИП ВКЛЮЧЕННЯ І ВИКЛЮЧЕННЯ	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Теорема та формула включень та виключень</li> <li>– Решето Ератосфена</li> <li>– Частковий випадок теореми про включення та виключення</li> </ul>
ЗАДАЧІ ПРО РОЗПОДІЛ ПРЕДМЕТІВ ПО УРНАМ (УРНОВІ СХЕМИ РІШЕННЯ КОМБІНАТОРНИХ ЗАВДАНЬ)	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Завдання про розміщення предметів</li> <li>– Розподіл <math>n</math> однакових предметів по <math>k</math> урнам</li> <li>– Розподіл різних предметів без урахування порядку предметів за скриньками</li> <li>– Розподіл різних предметів з урахуванням їхнього порядку в урнах</li> <li>– Розподіл різних предметів між однаковими скриньками за умови, що скриньки не порожні</li> <li>– Композиції</li> <li>– Комбінаторика розбиття</li> </ul>
ДВОЗНАЧНА ЛОГІКА. БУЛЬОВА ФУНКЦІЯ. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Двозначна логіка</li> <li>– Булеві змінні та функції</li> <li>– Область визначення та область значень булевої функції</li> <li>– Способи завдання булевих функцій</li> <li>– Реалізація булевих функцій формулами</li> <li>– Принцип підвійності</li> <li>– Закони та тотожності булевої алгебри</li> </ul>
НОРМАЛЬНІ ФОРМИ БУЛЬОВИХ	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Нормальні форми булевих функцій, основні поняття</li> </ul>

ФУНКЦІЙ	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Теореми для розкладання булевої функції по змінним</li> <li>– Перехід від табличного представлення функції до алгебраїчного представлення функції</li> <li>– Правила перетворення довільної формули алгебри логіки у нормальну форму з використанням законів булевої алгебри</li> </ul>
МІНІМІЗАЦІЯ БУЛЕВИХ ФУНКЦІЙ	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Основні поняття мінімізації булевих функцій. Критерії мінімізації.</li> <li>– Основні методи мінімізації булевих функцій. Метод мінімізуючи карт (діаграми Карно-Вейча)</li> </ul>
АЛГЕБРА ЖЕГАЛКИНА І ЛІНІЙНІ ФУНКЦІЙ. ФУНКЦІОНАЛЬНА ПОВНОТА НАБОРІВ БУЛЕВИХ ФУНКЦІЙ	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Алгебра Жегалкіна і лінійні функції</li> <li>– Функціональна повнота булевих функцій</li> </ul>
ЛОГІКА ВИСЛОВЛЮВАНЬ. АЛГЕБРА ВИСЛОВЛЮВАНЬ	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Висловлювання (основні поняття)</li> <li>– Алгебра логіки і логіка висловлювань</li> <li>– Інтерпретація формул логіки висловлювань. Правильні міркування</li> <li>– 4. Логічна еквівалентність і логічний наслідок</li> </ul>
ОБЧИСЛЕННЯ ВИСЛОВЛЮВАНЬ	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Основні поняття обчислення висловлювань</li> <li>– Аксиоми і повнота обчислення логіки висловлювань</li> <li>– Виводимість в обчисленні висловлювань</li> <li>– Несуперечність, незалежність</li> <li>– Різні аксіоматизації числення висловлювань</li> <li>– Деякі прийоми доказів в обчисленні висловлювань</li> </ul>
ЛОГІКА ПРЕДИКАТІВ. ПРЕДИКАТ. АЛГЕБРА ПРЕДИКАТІВ	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Основні поняття логіки предикатів</li> <li>– Операції логіки предикатів. Кванторні операції</li> <li>– Формули і їх інтерпретація в логіці предикатів</li> <li>– Закони та тотожності логіки предикатів</li> <li>– Виводимість в логіці предикатів</li> </ul>
ПОХОДЖЕННЯ ГРАФІВ. ВИЗНАЧЕННЯ ГРАФІВ	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Різновиди графів. Неорієнтований граф. Визначення</li> <li>– Орієнтований граф. Визначення</li> <li>– Основні терміни для орієнтованих та неорієнтованих графів</li> <li>– Способи завдання графів</li> </ul>
ОПЕРАЦІЇ НАД ГРАФАМИ. ІЗОМОРФІЗМ ГРАФІВ. ПЛОСКІ І ПЛАНАРНІ ГРАФИ	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Операції над графами</li> <li>– Гомеоморфні графи</li> <li>– Плоскі та планарні графи</li> </ul>
ЗВ'ЯЗНІСТЬ ГРАФІВ. ЕЙЛЕРОВІ І ГАМІЛЬТОНОВІ ГРАФИ	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Зв'язність графів, компонента зв'язності. n-зв'язковий граф</li> <li>– Властивості зв'язкових графів</li> <li>– Компоненти сильного зв'язку орієнтованого графа</li> <li>– Алгоритм виділення компонентів сильної зв'язності</li> <li>– Метричні характеристики зв'язкових графів</li> <li>– Ейлерові графи</li> <li>– Алгоритм знаходження ейлерового циклу (алгоритм Флері)</li> <li>– Гамільтонові графи</li> <li>– Алгоритм Робертса-Флореса (метод перебору Робертса-Флореса) знаходження гамільтонових циклів</li> </ul>

	у графі – Ознаки існування гамільтонових циклів, шляхів та контурів
ДЕРЕВА	– Визначення та властивості дерев – Властивості дерев – Перерахування графів – Перелік дерев – Остові графа – Алгоритми побудови кістяків графа – Орієнтовані та бінарні дерева. Визначення – Правила проходження бінарних дерев – Еквівалентні бінарні дерева
ЦИКЛОМАТИКА ГРАФІВ. РОЗКРАСКА ГРАФІВ	– Цикломатика графів – Розмальовка графів
ТРАНСПОРТНІ МЕРЕЖІ І ПОТОКИ. ЇХНІ ВЛАСТИВОСТІ	– Найкоротші відстані та шляхи у графах – Алгоритм Дейкстри пошуку найкоротших шляхів – Алгоритми пошуку найкоротших шляхів між усіма парами вершин графа – Транспортні мережі та потоки

### 7.3. СТРУКТУРА ОСВІТНЬОГО КОМПОНЕНТА (ПРАКТИЧНІ ЗАНЯТТЯ)

Тема практичного заняття	Зміст практичного заняття
МНОЖИНИ	Виконати практичне завдання
АЛГЕБРА МНОЖИН	Виконати практичне завдання
ВІДНОШЕННЯ ТА ОПЕРАЦІЇ НАД НИМИ	Виконати практичне завдання
ФУНКЦІОНАЛЬНІ ВІДНОШЕННЯ	Виконати практичне завдання
ОСНОВНІ ПРАВИЛА КОМБІНАТОРИКИ. МОДЕЛІ КОМБІНАТОРНИХ КОНФІГУРАЦІЙ	Виконати практичне завдання
КОМБІНАТОРНІ РІВНЯННЯ. БІНОМ НЬЮТОНА	Виконати практичне завдання
БУЛЕВІ ФУНКЦІЇ ТА ПЕРЕТВОРЕННЯ	Виконати практичне завдання
НОРМАЛЬНІ ФОРМИ ЗОБРАЖЕННЯ БУЛЕВИХ ФУНКЦІЙ	Виконати практичне завдання
МІНІМІЗАЦІЯ БУЛЕВИХ ФУНКЦІЙ	Виконати практичне завдання
АЛГЕБРА ЖЕГАЛКІНА. ЛІНІЙНІ ФУНКЦІЇ	Виконати практичне завдання
ФУНКЦІОНАЛЬНА ПОВНОТА НАБОРІВ БУЛЕВИХ ФУНКЦІЙ	Виконати практичне завдання
ЛОГІКА ТА ОБЧИСЛЕННЯ ВИСЛОВЛЕНЬ	Виконати практичне завдання

ЛОГІКА ТА ОБЧИСЛЕННЯ ПРЕДИКАТІВ	Виконати практичне завдання
СПОСОБИ ЗАДАННЯ ГРАФІВ. ОПЕРАЦІЇ НАД ГРАФАМИ	Виконати практичне завдання
ЗВ'ЯЗНІСТЬ ГРАФІВ. ЕЙЛЕРОВІ ТА ГАМЛЬТОНОВІ ГРАФИ	Виконати практичне завдання
ДЕРЕВА. АЛГОРИТМИ ПОБУДОВИ ОСТОВНОГО ДЕРЕВА	Виконати практичне завдання
ВІДШУКАННЯ НАЙКОРОТШИХ ВІДСТАНЕЙ МІЖ ВЕРШИНАМИ ГРАФА (МЕРЕЖІ)	Виконати практичне завдання
ЗАДАЧІ ПРО МАКСИМАЛЬНУ ТЕЧІЮ І МІНІМАЛЬНИЙ РОЗРІЗ У МЕРЕЖІ	Виконати практичне завдання

#### 7.4. СТРУКТУРА ОСВІТНЬОГО КОМПОНЕНТА (ТЕМИ ДЛЯ САМОСТІЙНОГО ОПРАЦЮВАННЯ)

Тема для самостійного опрацювання	Зміст теми
Вступ до дискретної математики.	Теорія множин. Алгебра множин, її закони
Відношення. Бінарні відношення.	Завдання відношень перерізом Композиція відношень Клас еквівалентності. Фактор-множина.
Функціональні відношення.	Функціональні відношенні. Відображення
Елементи комбінаторики.	Латинські квадрати і блоксхеми Теорема про представників. Теорема Кенінга. Розбиття. Числа Стірлінга другого роду та числа Белла.
Біном-Ньютона	Задача про цілочислові розв'язки. Принцип включення- виключення.
Функції алгебри логіки.	Перетворення логічних функцій, їх властивості. Суперпозиція.
Булева алгебра	Булеві формули Суперпозиція функцій Закони булевої алгебри.
Дослідження логічних функцій.	Мінімізація логічних функцій, метод Карно, метод Квайна, метод Блейка - Порецького.
Логіка предикатів. Предикат. Алгебра предикатів	Основні поняття логіки предикатів. Операції логіки предикатів. Кванторні операції. Формули і їх інтерпретація в логіці предикатів. Закони та тотожності логіки предикатів. Виводимість в логіці предикатів
Теорія графів.	Графи та бінарні відношення Зв'язність графів, зв'язність орієнтованих графів Властивості матриць

	графів Метричні характеристики графів Обхід графів. Пошук углиб. Обхід графів. Пошук вшир.
Дерева.	Обхід дерев. Приклад застосування Застосування дерев. Бінарне дерево пошуку Застосування дерев. Бектрекінг (пошук із поверненнями) Застосування дерев. Дерево прийняття рішень.
Цикломатика графів. Розкраска графів	Цикломатика графів. Розмальовка графів
Алгоритм пошуку найкоротшого шляху.	Алгоритм побудови максимального потоку

## 8. МЕТОДИ ТА ФОРМИ КОНТРОЛЮ

Поточний контроль, усне опитування, перевірка самостійних та індивідуальних робіт, модульний контроль, підсумковий семестровий контроль.

### КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ ВІДПОВІДНО ДО ВИДІВ КОНТРОЛЮ

<b>Загальна система оцінювання курсу</b>	<p>За семестр з курсу дисципліни проводяться два періодичні контролю (ПКР), результати яких є складником результатів контрольних точок першої (КТ1) і другої (КТ2). Результати контрольної точки (КТ) є сумою поточного (ПК) і періодичного контролю (ПКР): <math>КТ = ПК + ПКР</math>. Максимальна кількість балів за контрольну точку (КТ) складає 50 балів. Максимальна кількість балів за періодичний контроль (ПКР) становить 60 % від максимальної кількості балів за контрольну точку (КТ), тобто 30 балів. А 40 % балів, тобто решта балів контрольної точки, є бали за поточний контроль, а саме 20 балів. Результати поточного контролю обчислюються як середньозважена оцінок (<math>X_{ср}</math>) за діяльність студента на практичних (семінарських) заняттях, що входять в число певної контрольної точки. Для трансферу середньозваженої оцінки (<math>X_{ср}</math>) в бали, що входять до 40 % балів контрольної точки (КТ), треба скористатися формулою: <math>ПК = (X_{ср}) * 20 / 5</math>. Таким чином, якщо за поточний контроль (ПК) видів діяльності студента на всіх заняттях <math>X_{ср} = 4.1</math> бали, які були до періодичного контролю (ПКР), то їх перерахування на 20 балів здійснюється так: <math>ПК = 4.1 * 20 / 5 = 4.1 * 4 = 16.4 // 16</math> (балів). За періодичний контроль (ПКР) студентом отримано 30 балів. Тоді за контрольну точку (КТ) буде отримано <math>КТ = ПК + ПКР = 16 + 30 = 46</math> (балів).</p> <p>Студент має право на підвищення результату тільки одного періодичного контролю (ПКР) протягом двох тижнів після його складання у випадку отримання незадовільної оцінки.</p> <p>Підсумковим контролем є екзамен, на його складання надається 100 балів за виконання тестів (або задач чи завдань іншого виду). Загальний рейтинг з дисципліни (ЗР) складається з суми балів (Е), отриманих на екзамені, і підсумкової оцінки (ПО) та ділиться навпіл. <math>ЗР = (ПО + Е) / 2</math></p>
<b>Практичні заняття</b>	«5» – студент в повному обсязі володіє навчальним матеріалом, вільно самостійно та аргументовано його викладає під час усних

	<p>виступів та письмових відповідей, глибоко та всебічно розкриває зміст теоретичних питань та практичних завдань, використовуючи при цьому нормативну, обов'язкову та додаткову літературу. Правильно вирішив усі розрахункові / тестові завдання. Здатен виділяти суттєві ознаки вивченого за допомогою операцій синтезу, аналізу, виявляти причинно-наслідкові зв'язки, формувати висновки і узагальнення, вільно оперувати фактами та відомостями.</p> <p>«4» – студент достатньо повно володіє навчальним матеріалом, обґрунтовано його викладає під час усних виступів та письмових відповідей, в основному розкриває зміст теоретичних питань та практичних завдань, використовуючи при цьому нормативну та обов'язкову літературу. Але при викладанні деяких питань не вистачає достатньої глибини та аргументації, допускаються при цьому окремі несуттєві неточності та незначні помилки. Правильно вирішив більшість розрахункових / тестових завдань. Студент здатен виділяти суттєві ознаки вивченого за допомогою операцій синтезу, аналізу, виявляти причинно-наслідкові зв'язки, у яких можуть бути окремі несуттєві помилки, формувати висновки і узагальнення, вільно оперувати фактами та відомостями.</p> <p>«3» – студент в цілому володіє навчальним матеріалом, викладає його основний зміст під час усних виступів та письмових розрахунків, але без глибокого всебічного аналізу, обґрунтування та аргументації, допускаючи при цьому окремі суттєві неточності та помилки. Правильно вирішив половину розрахункових / тестових завдань. Має ускладнення під час виділення суттєвих ознак вивченого; під час виявлення причинно-наслідкових зв'язків і формулювання висновків.</p> <p>«2» – студент не в повному обсязі володіє навчальним матеріалом. Фрагментарно, поверхово (без аргументації та обґрунтування) викладає його під час усних виступів та письмових розрахунків, недостатньо розкриває зміст теоретичних питань та практичних завдань, допускаючи при цьому суттєві неточності. Правильно вирішив окремі розрахункові / тестові завдання. Безсистемно відділяє випадкові ознаки вивченого; не вміє зробити найпростіші операції аналізу і синтезу; робити узагальнення, висновки.</p>
<p><b>Умови допуску до підсумкового контролю</b></p>	<p>Студент, який навчається стабільно на «відмінні» оцінки і саме такі оцінки має за періодичні контролю, накопичує впродовж вивчення навчального курсу 90 і більше балів, має право не складати екзамен з даної дисципліни.</p> <p>Студент зобов'язаний відпрацювати всі пропущені семінарські заняття протягом двох тижнів. Невідпрацьовані заняття (невиконання навчального плану) є підставою для недопущення студента до підсумкового контролю.</p>

## 9. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

### ОСНОВНА ЛІТЕРАТУРА

1. Боднарчук Ю.В., Олійник Б.В. Основи дискретної математики (для студентів-інформатиків) Національний університет "Києво-Могилянська академія". Київ, 2007. 138с.
2. Борисенко О.А. Дискретна математика: Підручник. Суми: ВТД«Університетська книга», 2007. 255с.



3. Капітонова Ю.В., С.Л. Кривий, Летичевський О.А., Луцький Г.М., Печурін М.К. Основи дискретної математики: підручник. Київ: Наукова думка. 2002. 581с.
4. Карнаух Т.О. Комбінаторика: навчальний посібник. К.: ВПЦ "Київський університет", 2011. 141с.
5. Бондаренко М.Ф., Н.В. Білоус, Руткас А.Г. Комп'ютерна дискретна математика: підручник. Харків: «Компанія СМІТ», 2004 – 480с.
6. Коноваленко О.Є., Ткачук М.А., Грабовський А.В. Дискретна математика: навч.-метод. Посібник. Харків: НТУ «ХПІ», 2016. 84 с.
7. Кривий С.Л. Курс дискретної математики: навч. Посібник. К.: Книжкове вид-во НАУ, 2007. 432с.
8. Дискретна математика: навч. посіб. / [Стрелковська І.В., Буслаєв А.Г., Харсун О.М., Пашкова Т.Л., Баранов М.І., Григор'єва Т.І., Вишневська В.М., Кольцова Л.Л.] Одеса: ОНАЗ ім. О. С. Попова, 2010. 196 с.
9. Ямненко Р.Є. Дискретна математика. – К.: Четверта хвиля, 2010. – 104 с.

### **ІНФОРМАЦІЙНІ РЕСУРСИ**

10. Електронний ресурс дисципліни «Інформаційно-комунікаційні технології» на сайті МДПУ ім. Б. Хмельницького.